**Preparatory Test for Entrance Examination in Mathematics (PTEEM) 2022**
**Organised by**

**C.P.S.M.** **Class -XII**

**Time: 2 hrs.** **Subject: Mathematics** **Full Marks: 100**

**INSTRUCTION:** (1) Write your Name, Class, Name of School and Roll No. in the appropriate places of the answer-sheet. (2) Find out which of the answers appears to you to be correct or the best. There are four reactangles on the answer-sheet corresponding to each question no. (a), (b), (c) & (d). Now mark the rectangle below the letter of the selected answer in the answer-sheet by blackening distinctly with a H.B. pencil as shown here ☐☐■☐, if (c) is the correct answer, (3) Don't write anything on the question paper. (4) Don't underline or tick the answer on the question paper. Submi the answer-sheet only after the examination. (5) You may use additional blank sheet for any rough work, if necessary. (6) Dont waste time for answerwing a question which appears difficult to you, better try next question.

**Category-I (Q.1 to Q. 50)**

**প্রতিটি প্রশ্নে 1 নম্বর আছে। প্রদত্ত উত্তরগুলির মধ্যে একটিমাত্র সঠিক। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে-কোনো একাধিক উত্তর দিলে 1/4 নম্বর কাটা যাবে।**

1. যদি $a + b + c = 3$ এবং $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, হয়, তবে $a^2b^3c^2$-এর মান হবে—

   (a) $\frac{3^{10} \cdot 2^4}{7^7}$ (b) $\frac{3^9 \cdot 2^4}{7^7}$

   (c) $\frac{3^8 \cdot 2^4}{7^7}$ (d) কোনোটিই নয়

2. যদি $|z - 2 - i| = |z| \left|\sin\left(\frac{\pi}{4} - \arg(z)\right)\right|$, হয়, তবে $z$-এর সঞ্চারপথ—

   (a) একজোড়া সরলরেখায় (b) একটি বৃত্তে

   (c) একটি পরাবৃত্তে (parabola) (d) উপবৃত্তে (ellipse)

3. একটি নির্দিষ্ট পরীক্ষায়, $n$ সংখ্যক প্রশ্ন রয়েছে। এই পরীক্ষায় $2^{n-i}$ সংখ্যক ছাত্র ভুল উত্তর দিয়েছে কমপক্ষে $i$ টি প্রশ্নের, যেখানে $i = 1, 2, \ldots, n$। যদি মোট ভুল উত্তরের সংখ্যা 2047 হয়, তবে $n$-এর মান হবে—

   (a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13

4. যদি $\exp^{\left[\left(\sin^2 x+\sin^4 x+\sin^6 x+\ldots\right)\ln 2\right]}$ সিদ্ধ করে $y^2 - 9y + 8 = 0$ সমীকরণকে তবে $\frac{\cos x}{\cos x+\sin x}$, $\left(\text{যেখানে } 0<x<\frac{\pi}{2}\right)$ এর মান হলো—

(a) $\sqrt{3}$ + 1 (b) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (c) $\sqrt{3}$ − 1 (d) কোনোটিই নয়

5. যদি $A$ হয় একটি $3 \times 4$ ম্যাট্রিক্স এবং $B$ হয়, এমন একটি ম্যাট্রিক্স যেখানে $A'B$ এবং $BA'$ দুটিই সংজ্ঞায়িত হয়, তবে $B$ হলো যে ধরনের—

(a) $4 \times 4$ (b) $3 \times 4$ (c) $4 \times 3$ (d) $3 \times 3$

6. যদি একটি অপেক্ষক $f : [1, \infty) \to [1, \infty)$ যা $f(x) = 2^{x(x-1)}$, দ্বারা সংজ্ঞাত, তবে $f^{-1}(x)$ হবে—

(a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x(x-1)}$ (b) $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{1+4\log_2^x}\right)$ (c) $\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1+4\log_2^x}\right)$ (d) সংজ্ঞাত নয়

7. যদি $0 < x < 1$, হয়, তবে $\sqrt{1+x^2}\left[\left\{x\cos\left(\cot^{-1}x\right)+\sin\left(\cot^{-1}x\right)\right\}^2-1\right]^{1/2}$ যার সমান—

(a) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (b) $x$ (c) $x\sqrt{1+x^2}$ (d) $\sqrt{1+x^2}$

8. $(\sec^{-1}x)^2 + (\text{cosec}^{-1}x)^2$-এর সর্বোচ্চ মান—

(a) $\frac{\pi^2}{2}$ (b) $\frac{5\pi^2}{4}$ (c) $\pi^2$ (d) কোনোটিই নয়

9. ধরি $f$ হলো $R$ এর এরূপ নিরবিচ্ছিন্ন অপেক্ষক যেখানে $f\left(\frac{1}{4x}\right)=\left(\sin e^n\right)e^{-n^2}+\frac{n^2}{n^2+1}$.

তবে $f(0)$-এর মান হলো—

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) 0 (d) কোনোটিই নয়

10. $f'(x) > g'(x)$-এর সমাধান সেট, যেখানে $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)5^{2x+1}$ এবং $g(x) = 5^x + 4x \log 5$ হলো—

(a) $(1, \infty)$ (b) $(0, 1)$ (c) $(\infty, \infty)$ (d) $(0, \infty)$

11. $y = \sec^{-1}x$, $y = \text{cosec}^{-1}x$ এবং $x - 1 = 0$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল—

(a) $\left(\log\left(3+2\sqrt{2}\right)-\frac{\pi}{2}\right)$ বর্গএকক (b) $\left(\frac{\pi}{2}-\log\left(3+2\sqrt{2}\right)\right)$ বর্গএকক

(c) $\left(\pi-\log_e^3\right)$ বর্গএকক (d) কোনোটিই নয়

12. $y = \sqrt{2}$ এবং $x = \frac{\pi}{4}$ হলে, $dy = \cos x\ (2 - y\ \text{cosec}\ x)\ dx$-এর মান হবে—

(a) $y = \sin x + \frac{1}{2}\cos x$ (b) $y = \tan\ \frac{x}{2} + \cot\ \frac{x}{2}$

(c) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \sec\ \frac{x}{2} + \sqrt{2}\cos\frac{x}{2}$ (d) কোনোটিই নয়

13. $\begin{vmatrix} \sqrt{6} & \sqrt{3}-i\sqrt{2} & 2+i\sqrt{6} \\ \sqrt{3}+i\sqrt{2} & 0 & 3-i\sqrt{8} \\ 2-i\sqrt{6} & 3+i\sqrt{8} & \sqrt{11} \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান হলো

(a) একটি জটিল সংখ্যা $Z$, যেখানে $\text{Re}(Z) \neq 0$

(b) একটি বিশুদ্ধ কাল্পনিক সংখ্যা।

(c) একটি বাস্তব সংখ্যা।

(d) একটি জটিল সংখ্যা $Z$, যেখানে $\text{Re}(X) \neq 0$ এবং $\ln(Z) \neq 0$

14. যদি $\tan^{-1}\frac{1}{1+2x} + \tan^{-1}\frac{1}{4x+1} = \tan^{-1}\frac{2}{x^2}$. যখন $x > 0$, তবে $x$ এর মান সমান হবে—

(a) 0 (b) 3 (c) $-\frac{2}{3}$ (d) সবকটি

15. যদি $\tan^{-1}\frac{a}{x} + \tan^{-1}\frac{b}{x} + \tan^{-1}\frac{c}{x} + \tan^{-1}\frac{d}{x} = \frac{\pi}{2}$ হয়, তবে $x^4 - x^2\Sigma ab + abcd$-এর মান সমান হবে—

(a) –1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

16. $f(x)$ এবং $g(x)$ দুটি পার্থক্যযোগ্য অপেক্ষক। [0, 2] এরূপ যে $f''(x) - g''(x) = 0, f'(1) = 2g'(1) = 4$ এবং $f(2) = 3g(2) = 9$, তবে $f(x) - g(x)$-এর $\left(x = \frac{3}{2}\right)$ তে মান হবে—

(a) 0 (b) 2 (c) 10 (d) 5

17. সমকোণীয় গতিপথ বৃত্তের পরিমাণ দ্বারা যা $x^2 + y^2 - 2ay = 0$ ($a$ হলো একটি প্যারামিটার) হলো—

(a) $x^2 + y^2 - 2kx = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 2ky = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 2k_1x - 2k_2x$ (d) কোনোটিই নয়

18. যদি $f(x) = \dfrac{x}{1+x\tan x}$, এবং $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$, তবে—

(a) $f(x)$-এর আছে কেবলমাত্র একটি ক্ষুদ্রতম অংশ।

(b) $f(x)$-এর আছে কেবলমাত্র একটি বৃহত্তম অংশ।

(c) $f(x)$ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$-এর মধ্যে।

(d) $f(x)$ ক্রমশ হ্রাস পায় $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$-এর মধ্যে।

19. যদি $y(x-y)^2 = x$ হয়, তবে $\int \dfrac{1}{x-37}dx$ এর মান সমান হবে—

(a) $\dfrac{1}{3}\log\{(x-y)^2+1\}$ (b) $\dfrac{1}{4}\log\{(x-y)^2-1\}$

(c) $\dfrac{1}{2}\log\{(x-y)^2-1\}$ (d) $\dfrac{1}{6}\log\{(x^2-y^2)-1\}$

20. $\Delta ABC$, যদি $\angle C = \dfrac{\pi}{2}$ এবং $\sin^{-1}x = \sin^{-1}\left(\dfrac{ax}{c}\right)+\sin^{-1}\left(\dfrac{bx}{c}\right)$, যেখানে $a, b, c$ হলো ত্রিভুজের ধার। তবে $x$ এর মোট যতগুলি বিভিন্ন মান সম্ভব—

(a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) কোনোটিই নয়

21. $f(x) = [x]\sin(\pi x)$-এর বামপক্ষ অবকলন $x = k$ তে, একটি পূর্ণসংখ্যা এর $[x]$ = সর্বোচ্চ পূর্ণসংখ্যা $\leq x$, হলো—

(a) $(-1)^k\cdot(k-1)\pi$ (b) $(-1)^{k-1}\cdot(k-1)\pi$ (c) $(-1)^k\cdot k\pi$ (d) $(-1)^{k-1}\cdot k\pi$

22. যদি $f(x) = \dfrac{\left(e^x-1\right)^2}{\sin\left(\dfrac{x}{a}\right)\log\left(1+\dfrac{x}{4}\right)}$ এর জন্য $x \neq 0$ এবং $f(0) = 12$ এবং যদি $f$ হয় নিরবিচ্ছিন্ন $x = 0$ তে, তবে $a$ -এর মান হলো—

(a) 1 (b) –1 (c) 2 (d) –2

(e) 3

23. যদি $f(x)$ দেওয়া হয়, $f(x) = (\cos x + i\sin x)(\cos 3x + i\sin 3x)\ldots\{\cos(2n-1)x + i\sin(2n-1)x\}$, তবে $f''(x)$ সমান হবে

(a) $n^2 f(x)$ (b) $-n^4 f(x)$ (c) $-n^2 f(x)$ (d) $n^4 f(x)$

24. যদি $y = 3[x] + 1 = 4[x - 1] - 10$ তবে $[x + 2y]$ সমান হবে—

(a) 76 (b) 61 (c) 107 (d) 67

25. একটি চোঙের ব্যাসার্ধ 5 cm/min হারে বাড়ছে, কিন্তু এটির আয়তন ধ্রুবক। যখন চোঙের ব্যাসার্ধ হয় 5 সেমি এবং উচ্চতা 3 সেমি, তখন তার উচ্চতা কমার হার হবে—

(a) 6 সেমি/মিনিট (b) 3 সেমি/মিনিট (c) 4 সেমি/মিনিট (d) 5 সেমি/মিনিট

26 . একটি রকেটকে মাটি থেকে ওপরের দিকে ছোঁড়া হলো, যা মাটি থেকে $x$ মিটার উল্লম্ব উচ্চতায় $t$ সেকেন্ড সময়ে উঠল। যেখানে $x = 100t - \frac{25}{2} t^2$ সেটি সর্বোচ্চ যে উচ্চতায় উঠেছিল—

(a) 200 মিটার (b) 125 মিটার (c) 160 মিটার (d) 190 মিটার

27. যদি ভেক্টরগুলি $a = (2, \log_3 x, a)$ এবং $b = (-3, a \log_3 x, \log_3 x)$ বেঁকে যায়, একটি বিষমকোণে তবে—

(a) $a = 0$ (b) $a < 0$ (c) $a > 0$ (d) কোনোটিই নয়

28. $f(x) = \int_0^x \left(6t^2 - 24\right) dt$ [1, 3] বিন্দুতে অপেক্ষকটির সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মানের পার্থক্য—

(a) 14 (b) 10 (c) 4 (d) কোনোটিই নয়

29. ধরি $f(x)$ হলো একটি বহুপদ যা সিদ্ধ করে $f(0) = 2, f'(0) = 3$ এবং $f''(x) = f(x)$। তবে $f(4)$-এর মান সমান—

(a) $\frac{5\left(e^8 + 1\right)}{2e^4}$ (b) $\frac{5e^8 - 1}{2e^4}$ (c) $\frac{2e^4}{5\left(e^8 - 1\right)}$ (d) $\frac{2e^4}{5\left(e^8 + 1\right)}$

30. $\int_3^4 \frac{\left[x^2\right]}{\left[x^2 - 14x + 49\right] + \left[x^2\right]} dx$, এর মান কত? যেখানে [] হলো সংজ্ঞায়িত করে সর্বোচ্চ পূর্ণসংখ্যক অপেক্ষক

(a) 1 (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) কোনোটিই নয়

31. $f(0)$-এর মান কত হবে যাতে অপেক্ষক $f(x) = \frac{\cos\left(\sin x\right) - \cos x}{x^4}$ টি নিরবিচ্ছিন্ন হয় তার অঞ্চলের সকল বিন্দুতে

(a) 2 (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

32. যদি $y^2 = P(x)$ হয়, একটি তৃতীয় মাত্রার বহুপদ, তবে $2\frac{d}{dx}\left(y^3 \frac{d^2y}{dx^2}\right)$ সমান হবে

(a) $P(x) + P'(x)$ (b) $P(x)\, P'(x)$ (c) $P(x)\, P'''(x)$ (d) একটি ধ্রুবক

33. $f'(x)$ একটি অপেক্ষক যা সিদ্ধ করে $f\left(\frac{1}{x}\right)+x^2 f(x)=0$ সকল অশূন্য $x$-এর জন্য, তবে $\int_{\sin\theta}^{\operatorname{cosec}\theta} f(x)dx$ সমান হবে—

(a) $\sin\theta + \operatorname{cosec}\theta$ (b) $\sin^2\theta$ (c) $\operatorname{cosec}^2\theta$ (d) কোনোটিই নয়

34. যদি $\frac{1}{\sqrt{a}}\int_1^a\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+1-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx<4$, হয়, তবে $a$ -এর মান হতে পারে—

(a) 6 (b) 4 (c) 9 (d) কোনোটিই নয়

35. যদি $\int_0^1 \cot^{-1}\left(1-x+x^2\right)dx=\lambda\int_0^1 \tan^{-1}x\,dx$, $\lambda$-এর মান হবে—

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

36. $\int\sqrt{\tan^2 x+2}\,dx$ -এর মান সমান হবে—

(a) $\log\left|\sqrt{\tan^2 x+2}+\tan x\right|+\tan^{-1}\left(\frac{\tan x}{\sqrt{\tan^2 x+2}}\right)+C$

(b) $\log\left|\sqrt{\tan^2 x+2}+\tan x\right|+\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\tan^2 x+2}}{\tan x}\right)+C$

(c) $\log\left|\sqrt{\tan^2 x-2}+\tan x\right|+\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\tan^2 x-2}}{\tan x}\right)+C$

(d) $\log\left|\sqrt{\tan^2 x-2}+\tan x\right|+\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\tan^2 x+2}}{\tan x}\right)+C$

37. $\int_{-2}^{2}\min\left(x-[x],-x-[-x]\right)dx$, যেখানে $[x]$ হলো সর্বোচ্চ পূর্ণসংখ্যা যা $x$-এর সমান অথবা কম, সমান হবে—

(a) 2 (b) 1 (c) 4 (d) 0

38. যদি $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y+\sin^{-1}z=\frac{3\pi}{2}$ হয়, তবে $\sum\frac{\left(x^{101}+y^{101}\right)\left(x^{202}+y^{202}\right)}{\left(x^{303}+y^{303}\right)\left(x^{404}+y^{404}\right)}$ -এর মান হলো—

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) কোনোটিই নয়

39. $f(x) = \log_{\left[x+\frac{1}{2}\right]}\left|x^2-5x+6\right|$ অপেক্ষকের সীমা (domain) হলো—

(a) $\left[\frac{3}{2}, 2\right)\cup(2,3)\cup(3,\infty)$ (b) $\left[\frac{3}{2}, \infty\right)$

(c) $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ (d) কোনোটিই নয়

40. যদি $\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$ এবং $3\hat{i}+3\hat{j}+3\hat{k}$ বিন্দুদ্বয় হয়, $r\cdot(5\hat{i}+2\hat{j}-7\hat{k})+9=0$, তল থেকে সমদূরবর্তী। তবে তারা হলো—

(a) ওই তলের একই পাশে অবস্থিত। (b) ওই তলের সমান্তরাল।

(c) ওই তলের বিপরীত পাশে অবস্থিত। (d) কোনোটিই নয়

41. ভালোভাবে মেশানো একটি 52 তাসের প্যাকেট থেকে পরপর দুটি তাস টানা হলে, তবে তা টেক্কা হওয়ার সম্ভাবনার গড়—

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{3}{13}$ (c) $\frac{2}{13}$ (d) কোনোটিই নয়

42. ধরি $s(n)$ দ্বারা প্রকাশিত হয়, একটি সমান্তর প্রগতির (AP) প্রথম $n$ টি সংখ্যার যোগফল, তবে $\frac{s(3n)}{s(2n)-s(n)}$ এর মান হলো—

(a) 3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) 9 (d) কোনোটিই নয়

43. যদি $z = -2+\sqrt{3i}$ , হয়, তবে $z^{2n}+2^{2n}z^{n}+2^{4\pi}$ এর সমান হবে—

(a) $2^{2n}$ (b) 0

(c) $3\cdot4^{2n}$, $n$ হলো 3-এর গুণিতক (d) কোনোটিই নয়

44. যদি $\left(m_i, \frac{1}{m_i}\right)$ হয়, একটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত চারটি বিন্দু, তবে—

(a) $m_1m_2m_3m_4 = 1$ (b) $m_1m_2m_3m_4 = -1$

(c) $m_1m_2m_3m_4 = \frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}+\frac{1}{m_3}+\frac{1}{m_4}=\frac{1}{4}$

45. যদি একটি সরলরেখা $AB$, $2l$ দৈর্ঘ্যের তার $A$ প্রান্ত বরাবর সর্বদা $x$-অক্ষে চলে এবং $B$ প্রান্ত সর্বদা $y = 6x$, হয়, তবে $AB$ সরলরেখার মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ হবে—

(a) $9x^2 - 6xy - 10y^2 = 9l^2$

(b) $9x^2 - 6xy + 10y^2 = 9l^2$

(c) $9x^2 + 6xy + 10y^2 = 9l^2$

(d) $9x^2 + 6xy - 10y^2 = 9l^2$

46. $\sum\limits_{0 \le i \le j \le 10} \sum {}^{10}C_j \, {}^{j}C_i$-এর মান সমান—

(a) $2^{10} - 1$ (b) $2^{10}$ (c) $3^{10} - 1$ (d) কোনোটিই নয়

47. $\sum\limits_{r=0}^{n} (-1)^r \frac{{}^{n}C_r}{{}_{r+3}C_r}$ -এর সমান—

(a) $\frac{3!}{2(n-3)}$ (b) $\frac{3!}{2(n+3)}$ (c) $\frac{3!}{(n+3)}$ (d) কোনোটিই নয়

48. $\Delta ABC$-এর ক্ষেত্রে $\sum\limits_{r=0}^{n} {}^{n}c_r a^r \cdot b^{n-r} \cos\{rB - (n-r)A\}$ -এর মান সমান হবে—

(a) $c^n$ (b) শূন্য (c) $a^n$ (d) $b^n$

49. একটি বর্গাকার প্লেটের ক্ষেত্রফল পরিবর্তনের হার যদি তার পরিসীমা পরিবর্তনের হারের সমান হয় তবে, বর্গাকার প্লেটের ধারের দৈর্ঘ্য হবে—

(a) 1 একক (b) 2 একক (c) 3 একক (d) 4 একক

50. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x \tan 2x - 2x \tan x}{(1 - \cos 2x)^2}$ -এর মান সমান—

(a) 2 (b) –2 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

**Category-II (Q.51 to Q. 65)**

**প্রতিটি প্রশ্নে 2 নম্বর আছে। প্রদত্ত উত্তরগুলির মধ্যে একটি উত্তর সঠিক। ভুল উত্তর দিলে বা যে-কোনো একাধিক উত্তর দিলে 1/2 নম্বর কাটা যাবে।**

51. দেওয়া আছে, $\alpha$, $\gamma$ হলো উৎপাদক $Ax^2 - 4x + 1 = 0$ সমীকরণের এবং $\beta$, $\delta$ হলো উৎপাদক, $Bx^2 - 6x + 1 = 0$, সমীকরণের তবে $A$ এবং $B$-এর মান এমন হবে $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ এবং $\delta$ থাকবে HP তে, তবে—

(a) $A = 3, B = 8$ (b) $A = -3, B = 8$ (c) $A = 3, B = -8$ (d) কোনোটিই নয়

52. $a$-এর মান এরূপ যে, $x^2 - (a-2)x - a + 1 = 0$ সমীকরণের উৎপাদকগুলির বর্গের যোগফল হয় ক্ষুদ্রতম, তবে $a$-এর মান হবে

(a) 2 (b) 0 (c) 3 (d) 1

53. একটি প্রগতি $(1+x)^{1000} + 2x(1+x)^{999} + 3x^2(1+x)^{998} + \ldots + 1001x^{1000}$ তে, $x^{50}$-এর সহগ হবে—

(a) ${}^{1002}C_{50}$ (b) ${}^{1002}C_{51}$ (c) ${}^{1005}C_{50}$ (d) ${}^{1005}C_{48}$

54. যদি $pqr \neq 0$ এবং সমীকরণ সেট, $(p+q)x + by + cz = 0$
$ax + (q+b)y + cz = 0$
$ax + by + (r+c)z = 0$
এর একটি তত্ত্বচ্ছ সমাধান (non-trivial) থাকে, তবে $\frac{a}{p}+\frac{b}{q}+\frac{c}{r}$ হবে—

(a) –1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

55. $\{(x, y) : 1 \leq x \leq, 1 \leq y \leq 4\}$ বর্গক্ষেত্রের একটি অংশের ক্ষেত্রফল যা $x^2 = 4\left[\sqrt{x}\right]y$ এবং $y^2 = 4\left[\sqrt{y}\right]x$ বক্রদ্বয় এবং $x + y = 3$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ তা হলো—

(a) $\frac{17}{6}$ বর্গএকক (b) $\frac{19}{6}$ বর্গএকক (c) $\frac{17}{3}$ বর্গএকক (d) $\frac{22}{3}$ বর্গএকক

56. $\frac{x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\ldots}{1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\ldots} = \frac{dx-dy}{dx+dy}$ হলো—

(a) $2ye^{2x} = ce^{2x} + 1$ (b) $2ye^{2x} = ce^{2x} - 1$

(c) $ye^{2x} = ce^{2x} + 2$ (d) কোনোটিই নয়

57. A একটি একক ভেক্টর যা $XOY$-তলে অবস্থিত এবং $\hat{i}+\hat{j}$ ভেক্টরের সাথে 30° কোণ তৈরি করে এবং $\hat{i}-\hat{j}$ ভেক্টরের সাথে 60° কোণ তৈরি করে, তা হলো—

(a) $\frac{1}{4}\left[\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\hat{i}-\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\hat{j}\right]$ (b) $\frac{1}{2}\left[\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\hat{i}+\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\hat{j}\right]$

(c) $\frac{1}{4}\left[\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\hat{i}+\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\hat{j}\right]$ (d) $\frac{1}{3}\left[\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\hat{i}+\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\hat{j}\right]$

58. $c$-এর কোন্ মানগুলির জন্য অপেক্ষক $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$-এর রোলের উপপাদ্য [0, 2] বিন্দুতে সিদ্ধ হবে?

(a) $c = \pm 1$ (b) $c = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $c = \pm 2$ (d) কোনোটিই নয়

59. $(\sin^{-1} x)^3 + (\cos^{-1} x)^3$-এর সর্বনিম্ন মান সমান হবে—

(a) $\frac{\pi^3}{32}$ (b) $\frac{5\pi^3}{32}$ (c) $\frac{9\pi^3}{32}$ (d) $\frac{11\pi^3}{32}$

60. যদি দুটি সরলরেখা যথাক্রমে $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{3}$ এবং $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{3}$ একই সমতলে অবস্থান করে, তাহলে $\sin^{-1}(\sin \lambda)$-এর মান হবে—

(a) 3 (b) $\pi - 3$ (c) 4 (d) $\pi - 4$

61. যদি $\int f(x)\sin x \cos x dx = \frac{1}{2\left(b^2 - a^2\right)} \log\{f(x)\} + C$ হয়, তাহলে $f(x)$-এর সমান হবে—

(a) $\frac{1}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}$ (b) $\frac{1}{a^2 \sin^2 x - b^2 \cos^2 x}$

(c) $\frac{1}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ (d) $\frac{1}{a^2 \cos^2 x - b^2 \sin^2 x}$

62. $f(x) = \sqrt{\cos(\sin x)} + \sqrt{\log_x \{x\}}$, যেখানে $\{\ \}$ দ্বারা আংশিক অংশ সূচীত হয়, $f(x)$-এর ক্ষেত্র (domain) হবে—

(a) $[1, \pi)$ (b) $(0, 2\pi) - [1, \pi)$ (c) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) - \{1\}$ (d) $(0, 1)$

63. একটি বর্গক্ষেত্র $A(-1, 1)$, $B(-1, -1)$, $C(1, -1)$ এবং $D(1, 1)$. বিন্দুগুলি দ্বারা গঠিত। $A$, $B$, $C$ এবং $D$ বিন্দুগুলিকে কেন্দ্র করে চারটি 2 একক ব্যাসার্ধের বৃত্ত অংকন করাহলো, বৃত্তগুলি দ্বারা গঠিক সাধারণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে—

(a) $3\left(\frac{\pi}{4} - \sqrt{3}\right)$ বর্গএকক (b) $4\left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ বর্গএকক

(c) $\left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ বর্গএকক (d) $\left(\frac{\pi}{4} - \sqrt{3}\right)$ বর্গএকক

64. $\lim_{x \to \infty} \left[\frac{1^2}{1^3 + n^3} + \frac{2^2}{2^3 + n^3} + \ldots + \frac{1}{2n}\right]$-এর মান হবে

(a) $\frac{1}{3}$ log 2 (b) $\frac{1}{2}$ log 2 (c) log 2 (d) কোনোটিই নয়

65. বর্গক্ষেত্রটি একটি বৃত্ত দ্বারা আবৃত্ত। যদি $p_1$ = বৃত্তের মধ্যে বর্গক্ষেত্রের ভেতরে অবস্থিত বিন্দুগুলি সমসম্ভব সম্ভাবনা বোঝায় এবং $p_2$ = বৃত্তের মধ্যে বর্গক্ষেত্রের বাহিরে অবস্থিত বিন্দুগুলি বোঝায়, তাহলে—

(a) $p_1 = p_2$ (b) $p_1 < p_2$

(c) $p_1 > p_2$ এবং $p_1^2 - p_2^2 < \frac{1}{3}$ (d) কোনোটিই নয়

**Category-III (Q.66 to Q. 75)**

**প্রতিটি প্রশ্নে 2 নম্বর আছে এবং প্রদত্ত উত্তরগুলির মধ্যে এক বা একাধিক সঠিক। ভুল উত্তর দিলে অথবা কোনো একটি ভুল উত্তরসহ একাধিক উত্তর দিলে 0 পাবে। যদি কোনো ভুল উত্তর না থকে এবং সঠিক উত্তর ও সবকটি না থাকে তাহলে পাবে 2 × যে কটি সঠিক উত্তর দেওয়া হয়েছে তার সংখ্যা। আসলে যে কটি উত্তর সঠিক তার সংখ্যা।**

66. $\frac{xdx + ydy}{xdy - ydx} = \sqrt{\frac{a^2 - x^2 - y^2}{x^2 + y^2}}$ -এর সমাধানটি হলো—

(a) $\sqrt{x^2 + y^2} = a\left(\sin\left(\tan^{-1} y/x + C\right)\right)$ (b) $\sqrt{x^2 + y^2} = a\left(\cos\left(\tan^{-1} y/x + C\right)\right)$

(c) $\sqrt{x^2 + y^2} = a\left(\tan\left(\sin^{-1} y/x + C\right)\right)$ (d) $y = x \tan\left(C + \sin^{-1}\frac{1}{a}\sqrt{x^2 + y^2}\right)$

67. যদি $\int \frac{\cos \delta x - \cos 7x}{1 + 2\cos 5x} dx = K \sin 3x + M \sin 2x + C$ হয়, তাহলে—

(a) $K = -\frac{1}{3}$ (b) $K = \frac{1}{3}$ (c) $M = -\frac{1}{2}$ (d) $M = \frac{1}{2}$

68. যদি $y = x^{(\ln x)^{\ln(\ln x)}}$, হয়, তাহলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান হবে—

(a) $\frac{y}{x}\{\ln x^{\ln x - 1} + 2 \ln x \ln(\ln x)\}$ (b) $\frac{y}{x}(\ln x)^{\ln(\ln x)}\{2 \ln(\ln x) + 1\}$

(c) $\frac{y}{x \ln x}\left\{(\ln x)^2 + 2\ln x(\ln x)\right\}$ (d) $\frac{y \ln y}{x \ln x}\{2\ln(\ln x) + 1\}$

69. যদি $A(4, 5, 10)$, $B(2, 3, 4)$ এবং $C(1, 2, -1)$ বিন্দুগুলি, $ABCD$ সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু হয়, তাহলে—

(a) $AB$-এর ভেক্টর সমীকরণ হবে $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k})$

(b) $BC$ -এর কার্তেজীয় সমীকরণ হবে $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{5}$

(c) $D$ এর স্থানাঙ্ক হবে (3, 4, 5) (d) $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র

70. যদি $E_1$ এবং $E_2$ দুটি ঘটনা হয়, সেখানে $P(E_1)=\frac{1}{4}$, $P\left(\frac{E_2}{E_1}\right)=\frac{1}{2}$ এবং $P\left(\frac{E_1}{E_2}\right)=\frac{1}{4}$ তাহলে,

(a) $E_1$ এবং $E_2$ স্বাধীন

(b) $E_1$ এবং $E_2$ সম্পূর্ণ

(c) $E_2$, $E_1$-এর দ্বিগুণ হওয়ার সম্ভাবনা

(d) ঘটনা $E_1 \cap E_2$, $E_1$ এবং $E_2$-এর সম্ভাবনা (probability) গুণোত্তর প্রগতিতে থাকবে।

71. যদি $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (যেখানে, $bc \neq 0$) সিদ্ধ করে $x^2 + k = 0$ সমীকরণকে, তাহলে—

(a) $a + d = 0$ (b) $k = -|A|$ (c) $k = |A|$ (d) কোনোটিই নয়

72. ধরি, $a_n = \underbrace{(111.....1)}_{n \text{ সংখ্যক}}$, তবে—

(a) $a_{912}$ মৌলিক নয় (b) $a_{951}$ মৌলিক নয় (c) $a_{480}$ মৌলিক নয় (d) $a_{91}$ মৌলিক নয়

73. $(3 + 2x)^{50}$ বিস্তৃতিতে $\left(\text{যেখানে } x=\frac{1}{5}\right)$ বৃহত্তম পদটি হবে—

(a) পঞ্চম পদ (b) নবম পদ (c) সপ্তম পদ (d) ষষ্ঠ পদ

74. $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের ওপর একটি চলমান বিন্দুর সঞ্চারপথ যদি ওই অধিবৃত্তের নাভি ব্যাসার্ধগুলির মধ্যবিন্দু দিয়ে যায় এবং তাহা একটি অধিবৃত্ত, যাহার—

(a) নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য, মূল অধিবৃত্তের অভিলম্বের অর্ধেক।

(b) শীর্ষবিন্দু $\left(\frac{a}{2}, 0\right)$

(c) নিয়ামক $y$-অক্ষ

(d) নাভি $(a, 0)$

75. যদি $\lim_{x\to\infty} 4x\left(\frac{\pi}{4}-\tan^{-1}\frac{x+1}{x+2}\right)=y^2+4y+5$, তাহলে, $y$-এর মান হবে—

(a) 1 (b) –1 (c) – 4 (d) – 3